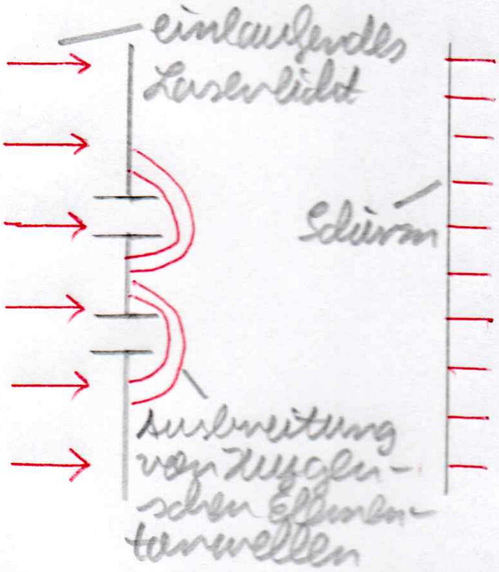
10 Interferenz und Beugung:

Betrachten wir als konkretes Beispiel die Interferenz von Licht im Youngschen Doppelspaltexperiment. Dabei sollen die Spalte als sehr klein angenommen sein. Auf einem weit entfernten Schirm treten dann abwechselnd dunkle und helle Streifen auf.

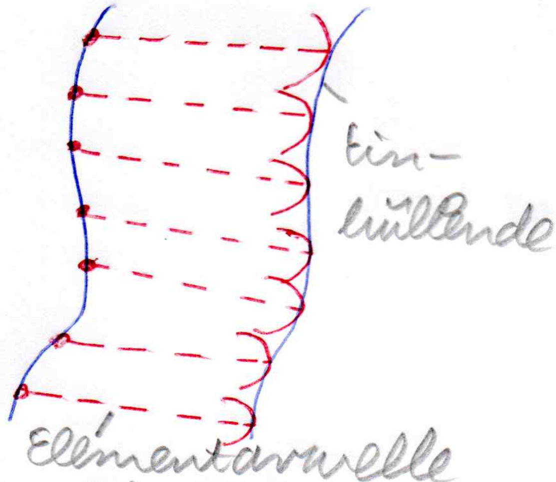


Interferenz ist eine Überlagerung von Wellen, so dass die resultierende Gesamtintensität ungleich der Summe der Einzelintensitäten ist. Bei der Interferenz von Lichtwellen entstehen auf dem Schirm helle und dunkle Interferenzstreifen. Das Auftreten von Interferenzen findet man nur bei Wellenphänomenen.

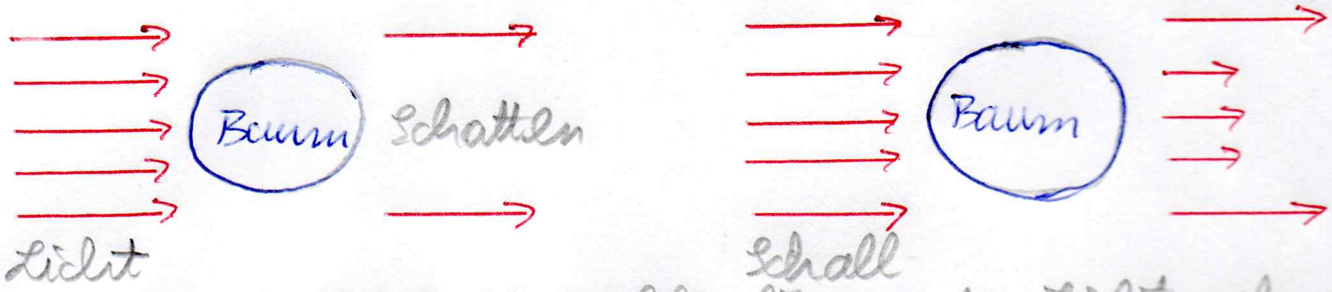
Interferenz ist in den Maxwell-Gleichungen enthalten. Die Lösung der Maxwell-Gleichungen wie z. B. für das Youngsche Doppelspaltexperiment ist aber schwierig, da man die Randbedingungen der elektromagnetischen Felder bei den Spalten berücksichtigen muss. Deshalb verwendet man Näherungsmethoden, die sich in Form von Prinzipien formulieren lassen.

10.1 Elementarwellen:

Nach dem Huygenschen Prinzip kann man zu einem beliebigen Zeitpunkt jeden Punkt der Wellenfront als Ausgangspunkt einer Elementarwelle betrachten. Die Wellenfront zu einem späteren Zeitpunkt erhält man dann als Einhüllende der jeweiligen Elementarwellen.



Das Huygensche Prinzip erlaubt es, viele Phänomene richtig zu beschreiben. Es berücksichtigt aber nicht die Wellenlänge und ist daher auch nicht in der Lage, die Intenferene exakt wiederzugeben. Tatsächlich ist nämlich die Wellenlänge durchaus für die Beugung relevant. Vergleichen wir hierzu die Beugung von Licht bzw. Schall an einem Baum

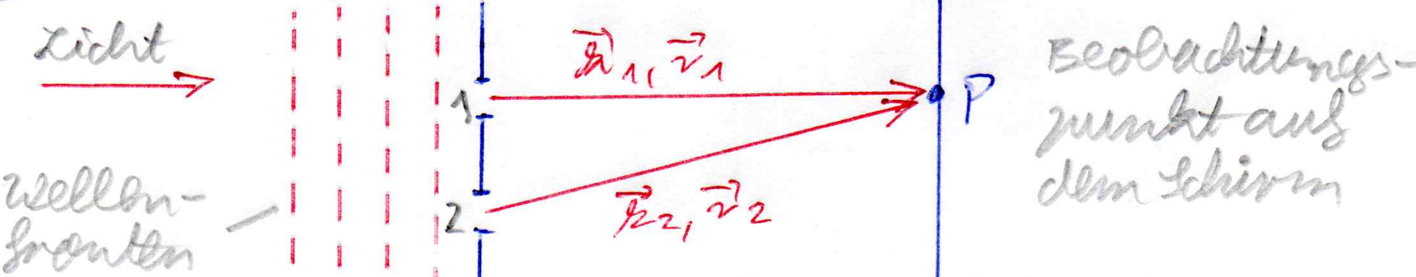


Im ersten Fall ist die Wellenlänge des Lichts sehr viel kleiner als die geometrischen Abmessungen des Baumes. Deshalb kann das Licht nicht direkt hinter den Baum gelangen, es bildet sich dort ein Schatten aus. Im zweiten Fall dagegen ist die Wellenlänge des Schalls von der Größenordnung der Baumabmessungen, so dass der Schall zum Teil auch direkt hinter dem Baum durch Beugung auftreten kann.

Demgegenüber sagt aber das Huygenssche Prinzip in beiden Fällen den gleichen Verlauf der Wellenfront aus. Um also auch Beugung beschreiben zu können, benötigen wir eine Erweiterung des Huygensschen Prinzips. Hierzu besagt das Huygens-Fresnel-Prinzip, dass das optische Feld die Überlagerung von Elementarwellen ist, bei denen sowohl die Amplituden als auch die Phasen relevant sind. Wir zeigen nun, dass man mit Hilfe des Huygens-Fresnel-Prinzips das Beugungsbild beim Youngschen Doppelspalt verstehen kann.

10.2 Doppelspaltexperiment:

Wir nehmen im folgenden an, dass die Spalte 1 und 2 beim Doppelspaltexperiment beliebig klein sind. Deshalb werden wir die Beugungsphänomene vernachlässigen, die von der Endlichkeit der Spaltbreite herrühren:



Jeder der beiden Spalte 1 und 2 ist Ausgangspunkt einer Elementarwelle. Eigentlich handelt es sich bei diesen Elementarwellen um Kugelwellen. In einem grossen Abstand von den Spalten kann man aber diese näherungsweise als ebene Wellen behandeln:

$$\vec{E}_1(\vec{r}_1,t) = \vec{E}_{10}\, e^{i(\vec{k}_1\cdot\vec{r}_1 - \omega t + \varphi_1)} \qquad (10.1)$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}_2,t) = \vec{E}_{20}\, e^{i(\vec{k}_2\cdot\vec{r}_2 - \omega t + \varphi_2)} \qquad (10.2)$$

Hierbei bezeichnen $\vec{E}_{10}, \vec{E}_{20}$ die jeweiligen Polarisationsvektoren. Nach dem Huygens-Fresnel-Prinzip kommt es zur Überlagerung der komplexen Wellen (10.1) und (10.2):

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_1(\vec{r}_1,t) + \vec{E}_2(\vec{r}_2,t) \qquad (10.3)$$

In der Fernzone hat der Poynting-Vektor nach (7.32) und (7.47) den Betrag

$$|\vec{S}(t)| = \frac{1}{\mu_0 c}\,|\vec{E}(t)|^2 \qquad (10.4)$$

Am Beobachtungspunkt P auf dem Schirm wird der zeitlich gemittelte Betrag des Strahlungsflusses registriert:

$$S = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} dt\, |\vec{S}(t)| \qquad (10.5)$$

Einsetzen von (10.1) – (10.4) in (10.5) ergibt

$$S = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} dt\, \frac{1}{\mu_0 c}\Big\{\vec{E}_{10}^2\cos^2(\vec{k}_1\vec{r}_1 - \omega t + \varphi_1) + \vec{E}_{20}^2\cos^2(\vec{k}_2\vec{r}_2 - \omega t + \varphi_2)$$
$$+ 2\,\vec{E}_{10}\cdot\vec{E}_{20}\cos(\vec{k}_1\vec{r}_1 - \omega t + \varphi_1)\cos(\vec{k}_2\cdot\vec{r}_2 - \omega t + \varphi_2)\Big\} \qquad (10.6)$$

Mit Hilfe der trigonometrischen Additionstheoreme reduziert sich (10.6) auf

$$S = \frac{1}{2\mu_0 c}\Big\{\vec{E}_{10}^2 + \vec{E}_{20}^2 + 2\vec{E}_{01}\cdot\vec{E}_{02}\cos(\vec{k}_1\cdot\vec{r}_1 - \vec{k}_2\cdot\vec{r}_2 + \varphi_1 - \varphi_2)\Big\} \qquad (10.7)$$

Dabei stellen die ersten beiden Terme in (10.7) die Intensitäten dar, die jeweils ausschließlich vom Spalt S_1 und S_2 herrühren:

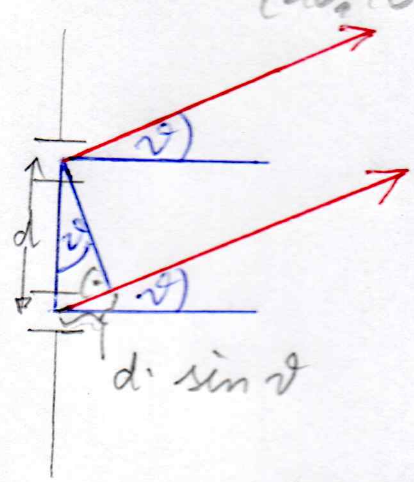
$$S_1 = \frac{1}{2\mu_0 c}\,\vec{E}_{10}^2\,, \quad S_2 = \frac{1}{2\mu_0 c}\,\vec{E}_{20}^2 \qquad (10.8)$$

Der letzte Term in (10.7) dagegen ist für die Interferenz verantwortlich. Dabei tritt die effektive Phasendifferenz

$$\delta = \vec{k}_1\cdot\vec{r}_1 - \vec{k}_2\cdot\vec{r}_2 + \varphi_1 - \varphi_2 \qquad (10.9)$$

Der Einfachheit halber nehmen wir im folgenden an, dass die Phasen φ_1 und φ_2 der beiden ebenen Wellen (10.1), (10.2) gleich sein sollen, so dass sich die effektive Phasendifferenz auf den Ausdruck

$$\delta = \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 \qquad (10.10)$$



reduziert, der sowohl von der Wellenlänge als auch von der Wegdifferenz abhängt. Befindet sich nämlich der Schirm weit weg, dann erscheint ein Beobachtungspunkt P von beiden Spalten aus gesehen näherungsweise unter demselben Beobachtungswinkel ϑ. Dann erhalten wir für (10.10)

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\vartheta \qquad (10.11)$$

Hierbei tritt das Verhältnis vom Abstand d der beiden Spalte und der Wellenlänge λ auf.

Wenn die Polarisationsvektoren $\vec{E}_{10}$ und $\vec{E}_{20}$ senkrecht aufeinander stehen würden, so würde aus (10.7) und (10.8) unmittelbar

$$S = S_1 + S_2 \qquad (10.12)$$

Im Doppelspaltexperiment sind diese Polarisationsvektoren aber parallel zueinander, so dass der Interferenzterm in (10.7) relevant ist. Mit Hilfe von (10.8) erhalten wir dann

$$S(\delta) = S_1 + S_2 + 2\sqrt{S_1 S_2}\cos\delta \qquad (10.13)$$

Verschieben wir den Beobachtungspunkt P auf dem Schirm, so ändert sich die effektive Phasendifferenz δ gemäß (10.10) bzw. (10.11). Dadurch kommt es zu einer periodischen Modulation der Schirmintensität – es treten helle und dunkle Streifen auf:

- Eine konstruktive Interferenz tritt auf, wenn die effektive Phasendifferenz gerade $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \ldots$ ist:

$$S_{max} = S_1 + S_2 + 2\sqrt{S_1 S_2} \qquad (10.14)$$

Nach (10.11) ist dies genau dann der Fall, wenn der Wegunterschied $d \sin\vartheta$ von den beiden Spalten zum Beobachtungspunkt auf dem Schirm gerade ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ ist.

- Eine destruktive Interferenz tritt auf, wenn die effektive Phasendifferenz gerade $\delta = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \ldots$ ist:

$$S_{min} = S_1 + S_2 - 2\sqrt{S_1 S_2} \qquad (10.15)$$

Nach (10.11) ist dies dann der Fall, wenn der Wegunterschied $d \sin\vartheta$ gerade ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge λ ist.

Im Spezialfall, dass die Polarisationsvektoren $\vec{E}_{10}$ und $\vec{E}_{20}$ dasselbe Betragsquadrat aufweisen, folgt aus (10.8): $S_1 = S_2 = S$. Dann erhalten wir aus (10.14)

$$S(\delta) = 2S(1+\cos\delta) = 4S\cos^2\frac{\delta}{2} \qquad (10.16)$$

so dass der maximale Strahlungsfluss

$$S_{max} = 4S \qquad (10.17)$$

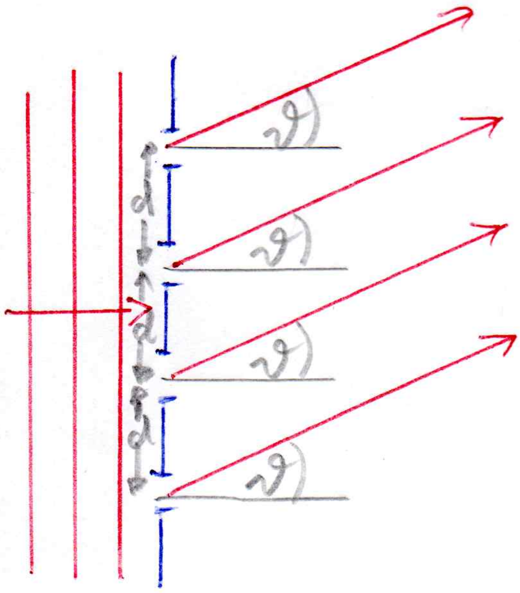
ist. Das heißt, dass durch konstruktive Interferenz zweier Wellen nicht die doppelte sondern sogar die vierfache Intensität auf dem Schirm auftritt. Dies ist deshalb möglich, weil der minimale Strahlungsfluss durch

$$S_{min} = 0 \qquad (10.18)$$

gegeben ist, d.h. manche Stellen auf dem Schirm sind dunkel.

10.3 Gitter:

Wir betrachten nun ein Gitter, das aus N äquidistanten Spalten im Abstand d besteht. Der Beobachtungspunkt P auf dem Schirm soll weit entfernt sein. Außerdem nehmen wir an, dass alle Elementarwellen dieselben Beträge der Polarisationsvektoren



$$|\vec{E}_{10}| = |\vec{E}_{20}| = \ldots = |\vec{E}_{N0}| = E_0 \qquad (10.19)$$

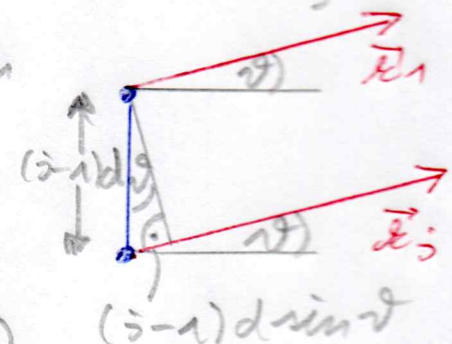
und dieselben Phasen

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \ldots = \varphi_N = 0 \qquad (10.20)$$

besitzen. Nach dem Huygen-Fresnel-Prinzip kommt es dann zur folgenden Überlagerung von Elementarwellen

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \left\{ e^{i(\vec{k}_1\vec{r}_1 - \omega t)} + e^{i(\vec{k}_2\vec{r}_2 - \omega t)} + \ldots + e^{i(\vec{k}_N\vec{r}_N - \omega t)} \right\}$$

$$= \vec{E}_0\, e^{i(\vec{k}_1\vec{r}_1 - \omega t)} \left\{ 1 + \ldots + e^{i(\vec{k}_N\vec{r}_N - \vec{k}_1\vec{r}_1)} \right\} \qquad (10.21)$$



Alle Elementarwellen haben denselben Betrag des Wellenvektors $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = \ldots = |\vec{k}_N| = \omega/c$, so dass die Wegdifferenz zweier Elementarwellen durch

$$\vec{k}_j\vec{r}_j - \vec{k}_1\vec{r}_1 = (j-1)\,\delta \qquad (10.22)$$

mit der Phasendifferenz benachbarter Spalte wie in (10.11)

$$\delta = k\,d\sin\vartheta \qquad (10.23)$$

gegeben ist. Demnach liegt in (10.21) eine geometrische Summe vor:

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0\, e^{i(\vec{k}_1\vec{r}_1 - \omega t)} \sum_{j=0}^{N-1} e^{ij\delta} \qquad (10.24)$$

Eine allgemeine geometrische Summe

$$G_N = \sum_{j=0}^{N-1} q^j \qquad (10.25)$$

lässt sich wie folgt berechnen:

$$G_N \overset{(10.25)}{=} 1 + q + q^2 + \ldots + q^{N-2} + q^{N-1} \qquad (10.26)$$

$$q \cdot G_N \overset{(10.26)}{=} q + q^2 + \ldots + q^{N-2} + q^{N-1} + q^N \qquad (10.27)$$

$$(1-q)G_N = 1 - q^N \quad \Rightarrow \quad G_N = \frac{1-q^N}{1-q} \qquad (10.28)$$

Unter Berücksichtigung von (10.28) erhalten wir aus (10.24) mit $q = e^{i\delta}$ das Ergebnis

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0\, e^{i(\vec{k}_1\vec{r}_1 - \omega t)} \cdot \frac{e^{iN\delta} - 1}{e^{i\delta} - 1} \qquad (10.29)$$

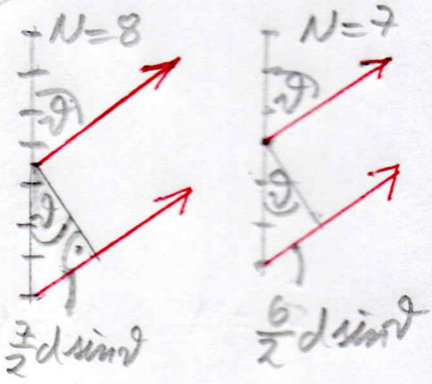
Mit Hilfe der Umformung

$$\frac{e^{iN\delta}-1}{e^{i\delta}-1}=\frac{e^{iN\delta/2}\left(e^{iN\delta/2}-e^{-iN\delta/2}\right)}{e^{i\delta/2}\left(e^{i\delta/2}-e^{-i\delta/2}\right)}=e^{i(N-1)\frac{\delta}{2}}\,\frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}} \qquad (10.30)$$

reduziert sich (10.29) schließlich auf

$$\vec{E}(t)=\vec{E}_0\, e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}_1-\omega t+\frac{N-1}{2}\delta\right)}\;\frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}} \qquad (10.31)$$

Aus der nebenstehenden Skizze entnehmen wir für den Abstand des mittleren Gitterpunktes vom Beobachtungspunkt P auf dem Schirm



$$R=r_1+\frac{N-1}{2}\,d\sin\vartheta \qquad (10.32)$$

wobei dies sowohl für gerade als auch für ungerade N gilt. Einsetzen von (10.32) in (10.31) führt deshalb auf

$$\vec{E}(t)=\vec{E}_0\, e^{i(kR-\omega t)}\;\frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}} \qquad (10.32)$$

Das zeitliche Mittel des Betrages des Strahlungsflusses ergibt sich dann zu

$$S_N(\delta)=S\left(\frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}}\right)^2 \qquad (10.33)$$

mit dem zeitlich gemittelten Strahlfluß eines einzelnen Spaltes

$$S=\frac{1}{2\mu_0 c}\,\vec{E}_0^{\,2} \qquad (10.34)$$

Wichtige Spezialfälle aus (10.33) ergeben sich für einen Spalt ($N=1$):

$$S_1(\delta)=S \qquad (10.35)$$

und für zwei Spalte ($N=2$)

$$S_2(\delta)=S\left(\frac{\sin\delta}{\sin\frac{\delta}{2}}\right)^2=S\left(\frac{2\sin\frac{\delta}{2}\cos\frac{\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}}\right)^2=4S\cos^2\frac{\delta}{2} \qquad (10.36)$$

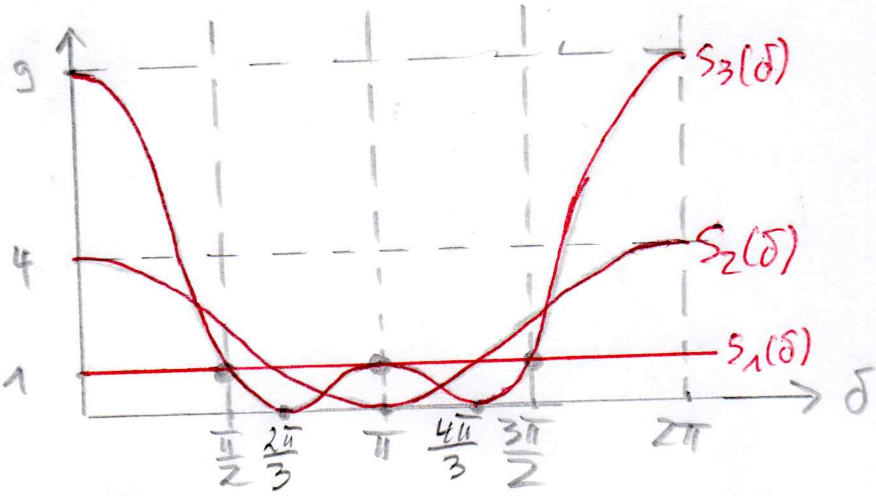
was mit (10.16) übereinstimmt. Entsprechend erhalten wir für drei Spalte ($N=3$):

$$S_3(\delta)=S\left(\frac{\sin\frac{3\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}}\right)^2=S\left(\cos\delta+2\cos^2\frac{\delta}{2}\right)^2=S(1+2\cos\delta)^2 \qquad (10.37)$$

Im Hinblick auf eine graphische Darstellung bemerken wir zunächst, dass die auf dem Schirm beobachtbare Intensität $S_N(\delta)$ als Funktion der Phasendifferenz δ die Periodizität 2π aufweist:

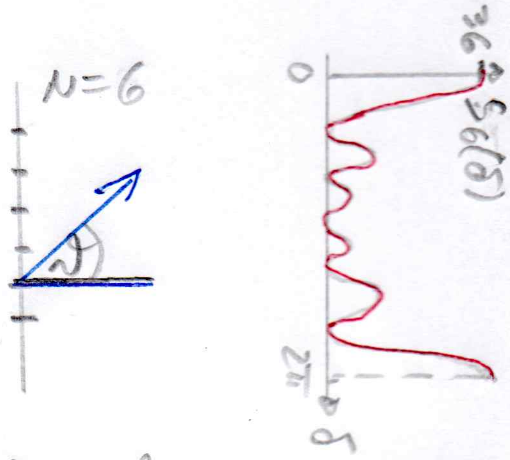
$$S_N(\delta+2\pi) \overset{(10.33)}{=} S\left(\frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}+N\pi\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}+\pi\right)}\right)^2 = S\left(\frac{(-1)^N \sin\frac{N\delta}{2}}{-\sin\frac{\delta}{2}}\right)^2 \overset{(10.33)}{=} S_N(\delta) \quad (10.38)$$

Deshalb reicht es aus, $S_N(\delta)$ im Intervall $[0, 2\pi]$ darzustellen:



Interessiert man sich für die Abhängigkeit vom Beugungswinkel ϑ, so ist entsprechend (10.23) in (10.33) einzusetzen:

$$S_N(\vartheta) = S\left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}kd\sin\vartheta\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}kd\sin\vartheta\right)}\right]^2 \quad (10.39)$$



Wir beobachten, dass sowohl in (10.33) als auch in (10.39) der Zähler zu schnellen und der Nenner zu langsamen Oszillationen der Intensität auf dem Schirm führt. Dabei ist das Gitterbeugungsbild durch drei wesentliche Eigenschaften charakterisiert. Es treten Hauptmaxima, Nullstellen und Nebenmaxima auf.

Hauptmaxima:

Die Hauptmaxima treten auf, wenn alle Spalte konstruktiv miteinander interferieren. Dies ist dann der Fall, wenn die Phasendifferenz zweier benachbarter Spalte δ ein ganzzahliges Vielfaches von 2π ist:

$$\delta_n^{HM} = 2\pi n; \quad n \in \mathbb{Z} \quad (10.40)$$

Nach (10.23) treten die Hauptmaxima genau dann auf, wenn die Bragg-Bedingung

$$kd\sin\vartheta_n^{HM} = 2\pi n \Rightarrow d\sin\vartheta_n^{HM} = n\lambda;\ n\in\mathbb{Z} \quad (10.41)$$

erfüllt ist. Im Falle von (10.40) besitzen aber sowohl der Zähler als auch der Nenner von (10.33) eine doppelte Nullstelle. Um die Intensitäten der Hauptmaxima berechnen zu können, muss man also die Regel von de l'Hôpital zwei Mal anwenden oder aber eine Taylor-Reihe bezüglich δ verwenden und erhält

$$S_N(\delta_n^{HM}) = N^2 S \quad (10.42)$$

Dies bedeutet, dass das N^2-fache der Einzelintensität auftritt.

Nullstellen:

Zwischen zwei aufeinander folgenden Hauptmaxima gibt es genau $N-1$ Nullstellen der Intensität, wo also der Zähler in (10.33) verschwindet und der Nenner von Null verschieden ist. Dort kommt es also zu einer vollständigen Auslöschung der Intensität auf dem Schirm. Die entsprechende Phasendifferenz zweier benachbarter Spalte δ für das Auftreten der Nullstellen lautet

$$\delta_{n,m}^N = 2\pi\left(n + \frac{m}{N}\right);\ m = 1,2,3,\dots,N-1 \quad (10.43)$$

Aufgrund von (10.23) ergeben sich die entsprechenden Beobachtungswinkel für diese Nullstellen zu

$$d\sin\vartheta_{n,m}^N = \lambda\left(n + \frac{m}{N}\right);\ m = 1,2,3,\dots,N-1 \quad (10.44)$$

Nebenmaxima:

Zwischen $N-1$ Nullstellen von (10.33) gibt es $N-2$ Nebenmaxima. Es stellt sich heraus, dass die Nebenmaxima gerade dort auftreten, wo der Zähler von (10.33) Eins wird.

$$\delta_{nm}^{NM} = 2\pi\left(n + \frac{m+1/2}{N}\right);\ m = 1,2,\dots,N-2 \quad (10.45)$$

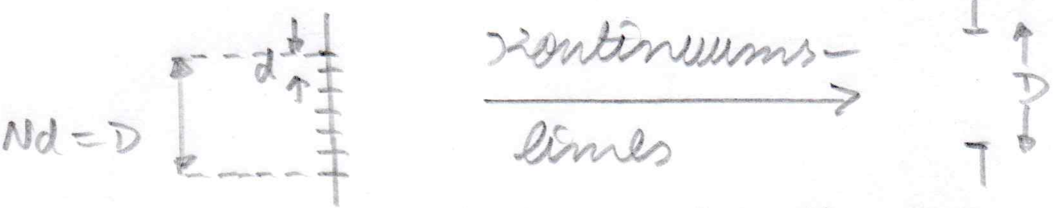
Die Werte der Nebenmaxima ergeben sich dann zu

$$S_N(\delta_{nm}^{NM}) = \frac{S}{\sin^2\frac{\pi}{N}\left(m+\frac{1}{2}\right)} \le S \quad (10.46)$$

und sind daher kleiner als die Intensität eines einzelnen Spalts.

10.5 Spalt:

Als drittes Beispiel betrachten wir die Beugung elektromagnetischer Wellen an einem Spalt der endlichen Breite D. Zunächst machen wir uns zu Nutze, dass man einen solchen Spalt mit endlicher Breite als ein Gitter aus unendlich vielen, unendlich dichten Spalten auffassen kann. Das bedeutet, dass wir ein Gitter aus N Spalten im Abstand d betrachten mit $N \cdot d = D$. Im Limes $N \to \infty$ muss dann entsprechend $d \to 0$ gehen, wobei aber $N \cdot d = D$ konstant bleibt:



Aus (10.39) lesen wir in diesem Kontinuumslimes ab:

$$S_N(\vartheta) = S\left[\frac{\sin\left(\frac{1}{2} k D \sin\vartheta\right)}{\sin\left(\frac{1}{2} k \frac{D}{N} \sin\vartheta\right)}\right]^2 \approx S N^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} D \sin\vartheta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} D \sin\vartheta}\right] \qquad (10.47)$$

Damit für die relative Intensität die sogenannte Beugungsfunktion

$$\frac{S_\infty(\vartheta)}{S_\infty(0)} = \left(\frac{\sin\delta}{\delta}\right)^2 \qquad (10.48)$$

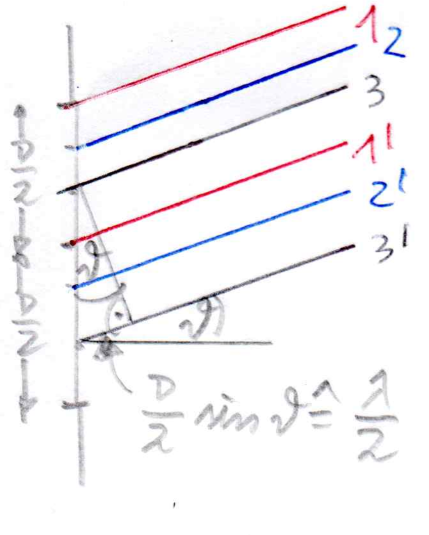
mit der Phasendifferenz

$$\delta = \frac{\pi}{\lambda} D \sin\vartheta \qquad (10.49)$$

Die Beugungsfunktion (10.48) hat Nullstellen dort, wo der Zähler verschwindet

$$\delta_n^N = \pi n \xrightarrow{(10.49)} D \sin\vartheta_n^N = n\lambda \; ; \; n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (10.50)$$

Das Auftreten der Nullstellen läßt sich dabei auch anschaulich erklären. Im Falle von $n = 1$ haben jeweils zwei Strahlen 1 und 1', 2 und 2', 3 und 3', usw. in der oberen bzw. unteren Hälfte des Strahls jeweils die Phasendifferenz π, sodass sie sich gegenseitig auslöschen.



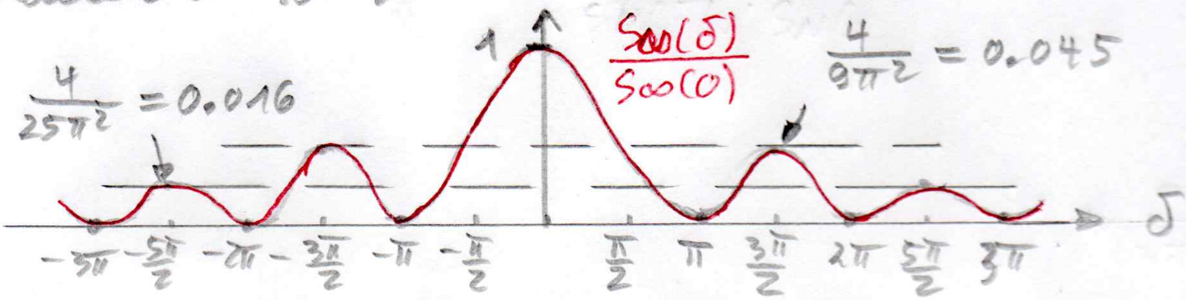
Ferner hat die Beugungsfunktion (10.48) auch Nebenmaxima. Sie treten dort auf, wo der Zähler gerade eins wird, also für

$$\delta_n^M = \pi\left(n+\frac{1}{2}\right) \quad ; \quad n = 1, 2, \dots \qquad (10.51)$$

Die entsprechenden Nebenmaxima der Beugungsfunktion (10.48) nehmen daher die Werte

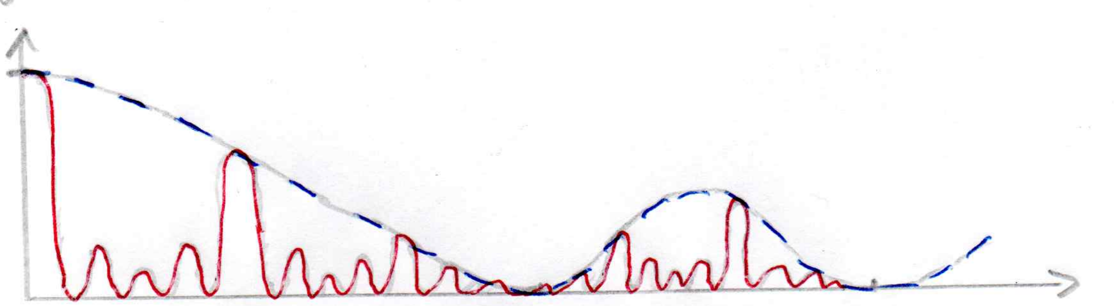
$$\frac{S_\infty(\delta_n^M)}{S_\infty(0)} = \frac{4}{\pi^2(2n+1)^2} \quad ; \quad n = 1, 2, \dots \qquad (10.52)$$

an. Damit ergibt sich für die Beugungsfunktion des Spalts der folgende Verlauf:

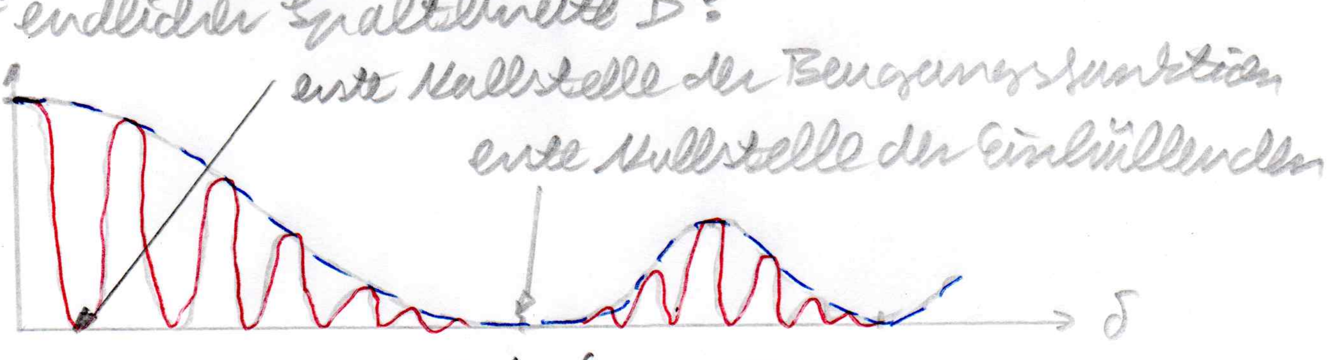


10.5. Gitter mit endlicher Spaltbreite:

Ein reales Gitter hat N Spalte im Abstand d, wobei aber jeder einzelne Spalt die Spaltbreite $D \ll d$ besitzt. Die resultierende Intensitätsverteilung ist dann ein Produkt von Gitterbeugungsfunktion (10.33) und Spaltbeugungsfunktion (10.48). Dabei ist die Spaltbeugungsfunktion die Einhüllende für die Gitterbeugungsfunktion. Im Falle $N = 5$ erhalten wir z.B.



Entsprechend erhalten wir bei einem Doppelspalt mit endlicher Spaltbreite D:



Aus einem solchen Beugungsbild lassen sich viele nützliche Informationen ablesen. Beispielsweise kann man aus der ersten Nullstelle der Einhüllenden bei bekannter Wellenlänge λ die Spaltbreite D bestimmen. Aus (10.50) folgt nämlich für $n=1$:

$$D = \frac{\lambda}{\sin \vartheta_1^N} \tag{10.53}$$

Entsprechend kann man aus der ersten Nullstelle der Beugungsfunktion bei bekannter Wellenlänge λ den Abstand d zwischen den Doppelspalten bestimmen. Aus (10.23) und (10.43) lesen wir hierzu ab

$$\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \vartheta_{01}^N = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{2 \sin \vartheta_{01}^N} \tag{10.54}$$